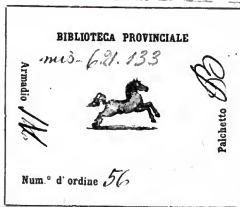
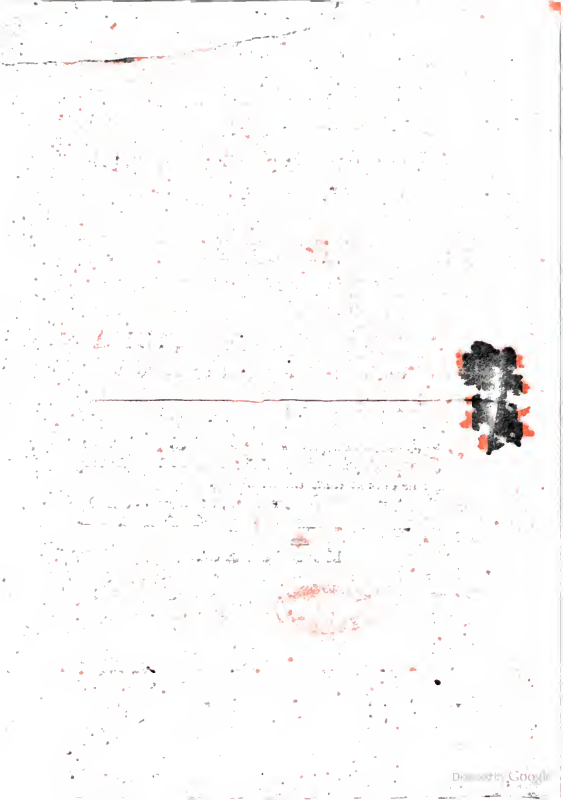
MEMORIA

…ATEMATICA E BRACHISTOCRONA

MEMORIA
DIRETTA
AGLI AMATORI DEL VERO
INTORNO LE QUESTIONI PROMOSSE
DAL SAGGIO
DI UN DILETTANTE DI MATEMATICA
SULL' EQUAZIONI DI CONDIZIONE
E SOPRA L' INVENZIONE
DELLA BRACHISTOCRONA
PUBBLICATO NEL M . DCC . XCI. SENZA NOME
DI LUOGO E DI AUTORE.

Je ne demande qu'une grace à mon lecteur, c'est de m'entendre avant que de me condamner; c'est de suivre l'enchaînement qui lie ensemble toutes mes idées.

Préface De l'Esprit pag. II. (1758.)

M . DCC . XCI.

MEMORIA

SOPRA IL SAGGIO DEL DILETTANTE &c.

15. *Luglio* 1791.

LO Scrittore del *Prodromo* pubblicato nel Tomo V. delle *Memorie di Matematica e Fisica della Società Italiana* era nel fermo proposito d'imitare l'esempio illustre di Newton col donar solamente una copia del suo Scritto a tutti quegli uomini ragionevoli, che fossero stati sorpresi dal *Dilettante*, come quel Filosofo Inglese, stando sempre in silenzio, mandava i suoi Prismi ai nemici delle di lui scoperte sopra i colori. Molti motivi l'obbligavan difatto a questo contegno. Primieramente è costante sua massima di non entrare mai in lizza con degli uomini mascherati, i quali fidandosi della circostanza di non comparire in faccia del pubblico hanno l'insolente ardimento di profanar non di rado l'augusto Tempio del Vero. In secondo luogo egli pensa colla parte sana dei dotti che quando gli Scritti polemici in materia di Scienze oltrepassino il confine della decenza, debbano sempre contarsi per *ragazzate* non diversamente dagl'improperj pronunziati dalla plebe contro delle persone di senno e d'onore. La dignità delle Scienze non dovrebbe mai esser macchiata di stile abietto e satirico; alla loro castità disconvengono tutti i motti pungenti; ed usandogli, colui che

gli adopri passa sempre per uomo mediocre, il quale per fini indiretti, e non per cercare la verità, faccia guerra al grand' uomo (1), onde con tutta ragione (come si conta di Boileau persecutore di Fontenelle) venga ad esser privato d'ogni diritto di meritare attenzione o risposta dagl' intendenti. Non ha oltre di ciò l' Autore del *Prodromo*, nè potrà aver mai la viltà di convertire in proprio vantaggio una Questione scientifica, come se per risolverlo vi fosse stato bisogno d'appigliarsi al compenso veramente puerile di citare a Sentenza coll'adescamento dell' oro. Fossero ancora depositati e *sicuri* tutti i tesori di Creso, l' Autore predetto, che fa il Matematico, e vale a dire preferisce come Anassagora la povertà alla ricchezza, non declina nemmeno d' un atomo dalla delicatezza dei suoi sentimenti. Sempre tranquillo e pien di compatimento verso di chi lo vituperi non cede alla bassa speranza di vil guadagno, nè concorre a degradare le Scienze con un partito disusato e ingannevole di lotteria (2), mentre anco-

---

(1) Uno dei primi Genj della Francia ha detto così di tutti gli Scrittori di simil sorte. *Ils sont faits pour étendre la célébrité des talents, par les efforts qu'ils font pour les étouffer.* Ed altrove: *Tout panégyrique est ennuyeux, & toute satyre agréable; sous peine d'être ennuyeux, l'ignorant est donc forcé d'être médisant.*

(2) Ne giudichi il savio Lettore. A pag. 48. del *Saggio* si legge: *Se al contrario il Voto* (dei tre Matematici) *sarà in tutto favorevole al Sig. F., a gloria di lui la Banca Sassi farà pubblicare con la Stampa la Decisione, ed in oltre pagherà al medesimo Sig. F. cento Zecchini.* S'attenda bene all' accortezza di quelle due parole *in tutto*. Gli errori pretesi son tredici. Nulla di più facile che tre Giudici anche colla migliore intenzione impuntino in qualche bagattella, e tanto serva a guastare quel *tutto*. *Voilà le piege.* Onorevole e generoso partito, fatto per abbagliare gli sciocchi! (Si veda la *Conclusione*).

ra il sistema proposto (che non lo è) fosse di giuoco alla pari. Molto meno potrebbe onestamente aderirvi facendo riflesso come per ora le regole di probabilità siano tutte a favore del *Prodromo*. Imperocchè egli è comparso sin quì un solo *Dilettante*, e col volto coperto, a supporre degli errori nel *Prodromo*, quando all'incontro un Professore di Matematiche nell'Archiginnasio della Sapienza di Roma, qual'è il dottissimo Abate Gioacchino Pessuti, lodato dal *Dilettante* medesimo a pag. 39. del suo *Saggio*, ha stampato in faccia del Mondo tutto che non v'erano nessuni sbagli nel *Prodromo*, siccome può leggersi nel Num. XIV. dell' *Efemeridi Letterarie* dell'anno corrente (3). Anzi sappia di più il *Dilettante* che dopo di quella Stampa interpellato al comparire del *Saggio* l'istesso Pessuti ha replicato allo Scrittore del *Prodromo* con lettera, che si conserva (4), in data del 2. del cadente = *Vedo benissimo la gran differenza che passa da VS. a lui* (intendendo del Dilettante)..... *Benchè io conosca quanto grande sia l'onore, ch' Ella mi compartisce colla sua dotta e vittoriosa risposta &c.* In oltre sappia come assai prima di pubblicare colla maggior decenza le sue *Osservazioni* sopra il Trattato di Calcolo Integrale del Marchese di Condorcet l'Autore delle medesime aveva prudentemente e modestamente comunicato il suo MS. al celebratissimo Matematico Padre Gregorio Fon-

---

(3) Ognuno è in libertà di scrivere da per se a questo degno Soggetto, onde dissipar le calunnie della Nota del *Saggio* a pag. 39. Coll' istessa onoratezza s' illumini pure a suo talento il Lettore sopra dei neri sospetti, che stanno scritti in fondo della pag. 38. ed a pag. 40.

(4) Tutti i Documenti citati s'esibiscono *gratis* a chiunque voglia vedergli, purchè accreditato e scoperto.

tana sino del 1769.; e questo Matematico insigne (venerato con tutta giustizia dal *Dilettante* a pag. 40.), col quale era allora lo Scrittore del *Prodromo* in continuo carteggio scientifico, non seppe che lodare il suo Piano (5). Ora con questi preliminari potrebbe egli mai l'Autore del *Prodromo* accettar con onore la proposta del *Saggio?* V'ha bisogno di queste puerili proposte per informare il Mondo di qualche errore, in cui cada un Uomo di Scienza? Fecero forse così Giovanni Bernoulli, Varignon, Roberto Simson, De la Grange (6), De Haen, e tant'altri, di cui è piena l'Istoria del sapere umano, nel rilevare gli errori di Newton, del Grandi, dell'Hôpital, e dell'Haller? Usarono nemmeno così quelli sciocchi e baldanzosi, perchè ignoranti Peripatetici sul finire del Secolo XVI. nelle letterarie persecuzioni del Galileo (7)?

Pieno di queste idee, che sono e debbono essere costantemente quelle dell'uomo di lettere, riposava tranquillo l'Autore del *Prodromo*, ed avrebbe seguitato così a riposare senza prender mai parte alcuna nella disputa mascherata, animosa, e servile, promossagli dal *Dilettante* (8) mentre non

---

(5) *Laudari a laudato viro maxima laudum est.* Trall' altre è tuttavia conservata una Lettera, che a chi la dimandi (come sopra) col viso scoperto sarà mostrata, previe le dovute cautele (Nota del *Saggio* a pag. 21.)

(6) Simson rivelò due circoli viziosi nel Trattato delle Sezioni Coniche del Marchese de l'Hôpital (*Sectionum Conicarum Libri quinque: Edinburgi* 1750.) La Grange svelò una petizione di principio nello scioglimento dato da Newton del gran Problema della propagazione del suono (*Miscellanea Taurinensia T.* 1. 1759.)

(7) S' intende di quelle, che l'obbligarono a partire da Pisa. (Nota (*b*) del *Prodromo* a pag. 160.)

(8) Il Barone Gian-Alberto de Haller non rispose giammai alla Satira del De Haen, e dopo trovò il suo Difensor valoroso in Tissot.

fosse stato avvertito che andata la cosa di bocca in bocca, e resasi ormai popolare, si abusava non poco del filosofico di lui silenzio col solito metodo di coloro, cui piace sempre la satira (9), cioè col mutilare, cambiare, e sconvolgere lo stato della questione, intesa da pochi, e ventilata da molti.

Per quelli adunque, che siano tra gli onorati *Dilettanti* di Matematica, e per quei Professori, i quali non abbian sott'occhio nè tutto il vero testo del *Prodromo*, nè l'Opera piuttosto rara del Condorcet, è destinato l'Elenco seguente. Leggendolo e meditandolo non sarà poi tanto facile, quanto il *Dilettante* si pensa, ravvisarvi tutti gli errori da lui supposti. Ed è sempre pronto l'Autore del *Prodromo* a risolver gli obietti, e somministrare gli schiarimenti opportuni, qualunque volta però, e non altrimenti, che gli Scritti o le Stampe abbiano nome scoperto, e conservino lo stile usato dai Letterati, e la lingua ch'è stata sacra in tutti i Secoli e Nazioni culte alla maestà delle Scienze. Per tutti gli altri, che sono i più, si protesta sino d'adesso di non curargli, nè solo in questa, ma in nessun'altra letteraria contesa, non amando di perdere il tempo nel rintuzzare quella turma d'insetti che decidono senza intendere, e malaccorti si credono col deridere gli Uomini grandi avvilirgli, quand'anzi gli danno all'opposto

---

Era l'Haller del medesimo avviso di Newton, il quale stimava tanto la tranquillità dello spirito da chiamarla *rem prorsus substantialem*.

(9) A questi son dedicate le pompose inezie del *Saggio*, come Catilina, la Mosca, Mida, i Bussolotti, Jonas, Pinetti, Antediluviani, Sibilla, e che so io? *Le sage ne voit en eux, comme Démocrite, que des fous ou des enfans contre lesquels il seroit ridicule de se fâcher, & qui sont plus dignes de pitié que de colere.*

maggior lustro e risalto. Sa finalmente benissimo l' Autore del *Prodromo* ch'ei non debba mai godere vivendo della stima de' suoi contemporanei e soprattutto nella sua Patria (10); ma non ignora nel tempo istesso ch'egli vive protetto dalle Leggi d'un PRINCIPE savio ed amabile, che coltiva le Scienze, e siede allato della Filosofia sotto il Trono della Toscana.

ELENCO DEGLI ERRORI DEL PRODROMO SUPPOSTI DAL SAGGIO (11).

I. *L'Equazioni di condizione del Marchese di Condorcet sono mancanti di prova, ed è falso.*

L'Articolo I. del *Prodromo* è questo „ L' Equazioni di „ condizione assegnate da *M. De Condorcet* sono man- „ canti di prova, e per provarle dipendono dal solo Teore- „ ma di Leibnitz „.

Quest'Articolo ha dunque due parti, e quì s' impugna intanto la prima (12). Ecco come senza cercare del Voto degli altri Matematici, e senza tanto giro di discorso ha ricava-

(10) *Virtutem incolumem odimus. Sublatam ex oculis quaerimus invidi.* (Horat.) *Nemo Propheta in Patria sua.*

(11) Si veda l' *Epilogo* a pag. 45. 46. e 47.

(12) 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. e 24. del *Saggio*. Vi è molto di vuoto, ma nulladimeno fedelmente si citano tutte. Saranno unicamente tralasciati nelle citazioni future delle pag. 4. 8. 42. ec. i *guastamestieri* spiritosissimi, l' *imposizione delle mani*, le *gioie*, ed altri fioretti di simil sorte. *Spectatum admissi risum teneatis amici!*

cavato l'Autore del *Prodromo* la dimostrazione di ciò dal Testo letteralmente preso di Condorcet, che fa Sentenza, e Sentenza superiore a qualunque altra nel merito della Questione. *Ceux qui connoissent les équations de condition qu'a donné M. Fontaine pour les équations différentielles du premier ordre, ne seront peut-être pas fâchés de voir ici l'identité de ses formules & des miennes, quoique* trouvées *par des méthodes toutes différentes* (13). S'attenda bene a quel *trouvées*, ch'è importantissima osservazione. Non dice già *demontrées*, lo che avarebbe tutt' altro significato.

Dunque poste le formule di Condorcet (*miennes*), trovate da lui con un metodo tutto diverso, *trouvées* da lui *par des méthodes toutes différentes* (pare che debba come sopra tradursi in buon Italiano) si vuol far vedere che combinano con quelle di Fontaine. Combineranno di certo, perchè le prime hanno già in corpo le seconde, e l'accorda lo stesso *Dilettante* (14), ed anzi lo passa in cosa giudicata. Si domanda come chiamino i Logici questa maniera d'argumentare? Tutti d'accordo risponderanno che dedurre sotto qualunque titolo e colore da una premessa un' altra proposizione di già compresa e supposta nella medesima sia *circolo vizioso*, e perciò o inutile o assurdo. Chi mai sarebbe sì folle con avere in mano un Testo di tanta chiarezza da tentare l'esperimento d'una Sentenza?

b

(13) *Saggio* a pag. 24., *Condorcet* a pag. 14., *Prodromo* a pag. 134.

(14) Pag. 28. v. 11. e segg. del *Saggio*. (Si veda ancora a pag. 11. 20. ec.).

Ma il *Dilettante* vorrebbe schermirsi così dalla durezza di questa Legge, e va piuttosto dicendo. Non manca nulladimeno la prova nell'Equazioni di Condorcet, perchè questi ha supposta la prova dell'Equazioni di Fontaine, che vien data negli *Elementi* (15); non ha dedotta quella identità come conseguenza, ma come puro riscontro (16); e tutto ha saputo provare senza del Teorema di Leibnitz (17).

Vedremo trappoco come sian saldi questi refugj. Per ora si stabilisca, stando al senso letterale delle di lui parole premesse, che Condorcet nel suo Libro non abbia data nessuna prova in proprio di $\frac{ddV}{dxdy}=\frac{ddV}{dydx}$, e che il *metodo tutto diverso* adoperato da Condorcet per *trovare* l'Equazioni di condizione non si estenda, nè possa estendersi a *trovar* quelle di Fontaine. Tanto basta, ed è questo un fatto concordato dal *Dilettante* (18). Dovremo perciò concludere che tutte l'Equazioni di condizione delle funzioni differenziali di primo grado non abbiano *prova* del *metodo tutto diverso* di Condorcet. Ma le Funzioni differenziali degli altri ordini Condorcet le tratta come le Funzioni di primo grado. Dunque il suo nuovo metodo (che secondo lui dev'esser diverso da quello di Fontaine, e degli altri, perchè *suo*) non dà prova piena di nessuna Equazione di condizione (19).

---

(15) *Saggio* a pag. 21. non meno che a pag 11. 17. 24. 25. 27. 28. e 29.

(16) *Saggio* a pag. 21. 22. 23.

(17) Pag. 24. del *Saggio*.

(18) Specialmente a pag. 20. del *Saggio* v°. 12. S'osservi che qui il Dilettante scrive *progresso del Calcolo*, e poco sotto (pag. 28. v. 11.) *fondo della scoperta*.

(19) Si confrontino tra gli altri il v. 12. della pag. 6. ed il 2. della 15. del *Trattato* di Condorcet.

II. *Per provarle dipendono dal solo Teorema di Leibnitz, e senza di questo si dimostrano con tutto il rigore.*

Eccoci alla seconda parte del I. Articolo.

Perchè questo error foſſe errore bisognerebbe che l'Autore del *Prodromo* avesse scritto *si dimostrano colla sola dimostrazione data da Leibnitz del suo Teorema*. All'incontro ha ſtampato *dipendono da quel Teorema*. E ſiccome ognun sa che la scoperta sia sempre di quello, che l'abbia fatta, per quanto la dimoſtri diversamente da lui, quindi è che l'*errore* ſia tutta spiritosa invenzione del *Dilettante* (20).

Quella dimoſtrazione perciò diversa dalla Leibnitziana, che il *Dilettante* produce (21), e qualunque altra, che potesse prodursi, non faranno mai sì che il Teorema di Leibnitz non sia Teorema di Leibnitz. E se il *Dilettante* medeſimo vorrà compiacersi, scaricata che abbia la sua bile, di dare una nuova (quando pur lo abbia letto) al §. 7°. dell'Articolo II. del *Prodromo*, vi troverà in soſtanza tutte quelle dimoſtrazioni da lui scritte, e additate, onde pentirsi di ciò, che ha osato avanzare per amore del proſſimo (22) in faccia del Pubblico che foſſero ignote all'Autore (23).

b 2

(20) Sarebbe una bella cosa che la 47. del lib. I°. d'Euclide dimostrata diversamente non fosse più di Pittagora.

(21) Qui è dove a pag. 20. 21. del *Saggio* egli si fa tant'onore coll'argumento *tricornuto*.

(22) *Saggio* a pag. 4. v. 14. 15.

(23) Pag. 24. e 25. del *Saggio*. Bisogna pur dire che il *genio citatorio* del *Prodromo* non sia stato nemmeno bastevole a far veridico il *Dilettante* (Pag. 14. 26. e 33.)

III. *Trovò esser quell'equazioni conseguenza immediata di un Teorema di Leibnitz, ed è falso, perchè ne possono discendere, ma non immediatamente.*

Andiamo al Testo di Condorcet, e del *Prodromo*.

Tutte le Funzioni differenziali di qualunque grado Condorcet nella I. Sezione della I. Parte del suo Libro le considera egualmente che le Funzioni di primo grado, cioè sotto la forma di quelle di Fontaine, a cui s'applica *immediatamente* il Teorema di Leibnitz (24). Parimente l'Autore del *Prodromo* le considera sotto della medesima *forma* tanto nel I. che nel II. Articolo (25), onde fa vedere l'*immediata* applicazione del Teorema di Leibnitz (26), e di più fa conoscere che l'equazioni tutte di condizione non sono altro che la replica di quelle di Fontaine; o sivvero si risolvono nel Teorema solo di Leibnitz (27). Applicazione più sicuramente *immediata* di questa non sembra che si possa mai rincontrare (28).

(24) *Vedi la Nota* 19., e *Fontaine* a pag. 26 27. del *Tomo citato* nella seguente *Nota* 48. *Bougainville Parte II.* a pag. 33. e segg. ec. ec.

(25) Sia letto il §. 7. a pag. 153. e segg.

(26) Da pag. 148. a 155. Per un *Prodromo* pareva molto, per un *Dilettante* era poco. Ma chi poteva mai indovinare che l'ultimo avesse il generoso orgoglio di farsene Giudice? (*Saggio* a pag. 20. e 29.)

(27) *Prodromo* a pag. 142. 143. 144. 145., cui il *Saggio* a pag. 8. fa grazia chiamarle di *lusso*. Di fatti si scuopre che il *Dilettante* non le abbia lette, perchè veramente nemico d'ogni maniera di *lusso*. Ed in proposito de' quattro punti cardinali (pag. 8.) ne faccia pure processo contro dello Stampator di Verona (*Saggio* p. 11.).

(28) *Immediato* è sempre *diretto*. A lume del *Saggio* p. 14. L'inverno solo non torna, cioè il *diretto* non è sempre *immediato*.

IV. *Condorcet deduce per prova delle sue formule quelle di Fontaine, ed è falso.*

Il *Prodromo* dice *dedurre in prova della generalità e verità delle sue formule &c.*

Condorcet aveva annunziato in tutti i suoi Problemi il suo metodo per nuovo e generale senza nessuna riserva o eccezione (*fonction différentielle d'un ordre quelconque* (29).

Dunque dal *suo* metodo doveva dedurre anche l'Equazioni di condizione per le Funzioni di primo grado, e quanto a noi le ha difatto dedotte (30). Se ciò sia, e debba essere Corollario, piuttostochè conferma, riprova, o riscontro come pretende il *Dilettante*, ognuno può adesso da per se giudicarlo. E poi qual sorte di riscontro sarebbe mai questo? Come di chi partendosi dalla definizione del Circolo, per conferma d'una proposizione del 3°. Libro d'Euclide ricavasse che il Circolo abbia eguali tutti i suoi raggi (31).

---

(29) Per esempio a pag. 11. v. 14. del *Trattato* di Condorcet.

(30) *Remarque III.* a pag. 14. Quando si concedesse ancora che ciò fosse per *riscontro*, s'accorderebbe tutto, perchè le Formule generali non sono che questo riscontro replicato. Ed allora cosa mai rimarrebbe al metodo *tutto nuovo* di Condorcet?

(31) Di tal sorta è per l'appunto il discorso del *Dilettante* sulla formula trita a pag. 21. 22. 23. del suo *Saggio*. Per vedere anche meglio se Condorcet abbia avuto in mira di derivare dalle sue nuove formule generali quelle di Fontaine in qualità di *Corollario*, si confrontino bene i primi versi dell'*Avertissement* colla *Remarque III.* a pag. 28. e 29.

Ma sia pure *riscontro*. La frase Italiana *dedurre in prova* (non *per prova* come contro la fede del Testo (*Prodromo* a pag. 135. v. 18.) il *Dilettante* riporta) *della generalità e verità* d'un ritrovato nuovo un ritrovato già noto, non vuol forse dire provarne la generalità e riscontrarne la verità con applicarlo ad un caso particolare? Dove consiste adunque l'errore? Nella fantasia riscaldata del *Dilettante*, che vede errori per tutto.

V. *L'Equazione* $\delta dx = d\delta x$ *è di facilissima dimostrazione, e non avverte che mutando solo le caratteristiche o i segni si può dimostrare nell'istessa guisa appunto che l'altra* $\frac{ddB}{dxdy} = \frac{ddB}{dydx}$, *per la quale egli invoca il Teorema di Leibnitz.*

Quì è veramente difficile indovinare dove stia nascosto l'errore (32).

Dunque il *Prodromo* ha detto „ dimostrare $\delta dx = d\delta x$ „ è della maggiore facilità, e non ha avvertito che nel mede„ simo facilissimo modo si possa ancor dimostrare $\frac{ddB}{dxdy} = \frac{ddB}{dydx}$ „. Come si può mai tanto abusare della credenza dei Leggitori? Vada il *Dilettante* a legger la Nota (*b*) a pag. 131. del *Prodromo*, e disposto com'egli è ad attaccare l'Autore ancora per le omissioni apprenda che ha perfino avvertito in sostanza allo scrupolo dell'Eulero (33). Nè gli diano fastidio i segni sommatorj in cambio dei differenziali. Imperocchè chi sa gli Elementi (34) conosce benissimo, o deve conoscere

---

(32) *Saggio* da pag. 25. a 28.

(33) Pag. 27. del *Saggio*.

(34) Infatti i segni d, $\int$ sono talmente legati tra loro, che uno richia-

che in fondo la faccenda è l'istessa. Avverta di più come non finisce quì il parallelo dei De La Grange e di Condorcet, ma principalmente s'appoggia al periodo, che principia *Imperocchè &c.* E dove mai stà scritto nel *Prodromo*, che le riportate dimostrazioni sian dell'Autore di esso? (35)

VI. $2x = \frac{dx^2+dy^2}{ddx}$ *è un' equazione esprimente la Cicloide, ed è falso* (36).

Questo è l'Achille del *Dilettante*, o come gli piace di dire in altra occasione il *Ponte dell' Asino* (37). Sentiamo il *Prodromo* come parli. (38)

Avvertii facilmente come essendo $\frac{dx^2+dy^2}{ddx}$ *l' espressione generale del Corraggio osculatore, veniva questo ad esser duplo dell' ordinata x, ch' è appunto la proprietà della Cicloide primaria ec.*

Ma l' Autore del *Prodromo* ha egli fatta nessuna riserva per quell' espressione generale del Corraggio da lui maneggiata? Sì l'ha fatta a pag. 162., ed è questa in termini puntuali. „ La sola diversità, che si trovi, consiste nell' essere „ il secondo membro dell' equazione positivo in un caso, e „ negativo nell' altro, *lo che appare ancora dal paragone del Corraggio trovato in questo §. coll' altro trovato nel §. antecedente.* Il *Dilettante* salta a piè pari tutto questo periodo, che sana non meno di cinque dei pretesi errori in un colpo. A-

ma all' altro. Lo dice l' istesso *Saggio* al v. 17. e segg. della pag. 26.

(35) *Saggio* a pag. 26.

(36) Adesso si veda il *Saggio* da pag. 29. a 42.

(37) Pag. 20. v. 4. del *Saggio*.

(38) Pag. 160. v. 4. e segg.

veva interesse di farlo, perchè altrimenti sparivano gli errori più belli, e più sonori agli orecchi del Pubblico. Argumento insigne della buona fede del *Dilettante*. E consapevole della libertà da lui presa, con qual fronte ardisce dipoi a pag. 47. (39) rimandare al Testo i Lettori? Sia per lo meno una volta conseguente ne'suoi principj, o veri, o falsi che gli abbia dapprincipio adottati.

L'Autore del *Prodromo* per aver scritto ai Professori credeva d'avere sviluppato abbastanza con un solo accenno il suo piano. Adesso poi che viene obbligato a render conto e ragione di se *sapientibus* & *insipientibus* fa riflettere,

1°. Che secondo gli Elementi del Calcolo differenziale $d\left(\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{\sqrt{x}}\right)=\frac{dx\sqrt{x}.\pm ddx}{x\sqrt{dx^2+dy^2}}-\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}\cdot dx}{2x\sqrt{x}}$, posto dy costante, e compresa tutta la *generalità*, di cui è suscettibile il secondo differenziale della *variabile*, alla qual generalità l'intrapreso *tentativo* nella maggiore estensione si volea riferire (40);

2°. Che dunque $2x=\frac{dx^2+dy^2}{\pm ddx}$ per il *solito calcolo differenziale* (41) in proposito di Massimi e Minimi.

3°. Che delle due Equazioni somministrate da questo metodo *falso*, e distinte come sopra mentre si voglia attendere ai *segni*, quella conducente alla Brachistrocrona debba es-

sere

(39) Si veda la Nota (*) del *Saggio*. Il *Saggio* dice che il *Prodromo* muta il fango in oro: risponde il *Prodromo*, non è egli meglio che cambiar l'oro in fango?

(40) Al v. 4. pag. 160. *generale*, a v. 6. della pag. 162. ec. (*Prodromo*).

(41) A questo mirava il *Prodromo*, e lo ha detto chiaro nel §. 6. a pag. 159. Vedasi ancora il *Saggio* a pag. 30.

sere $2x = \frac{dx^2 + dy^2}{-ddx}$ (sviluppato ora il *segno* di ddx, che i Professori sapevano ricavare, senza bisogno d'avvertirli dalla riserva sopraccennata), perchè una delle condizioni *sine qua non* precognite ed insite nel Problema del Brachistocronismo, cui secondo le regole usate da tutti ha da soddisfar sempre chi lo risolva, è che la Curva cercata abbia per lo meno il suo primo archètto concavo verso l'Asse delle y; e non lo averebbe se in generale l'Equazione fosse $2x = \frac{dx^2 + dy^2}{+ddx}$, come ogni Apprendista conosce. (42)

Dal *metodo falso* perciò, sapendolo ben maneggiare, nasce così la *Brachistocrona vera*. (43)

VII. $x = \frac{dx^2 + dy^2}{ddx}$ *è un'equazione, che appartiene al Circolo, ed è falso.*

Sarebbe in fondo l'istesso errore di prima (44). Ma il *Dilettante* voleva metterne insieme tredici. Qual altr'arte poteva adoprare? Come sopra.

C

---

(42) Difatti la strada da tenersi dal grave per la velocissima discesa in principio della caduta nella fatta ipotesi non può a meno di essere per una lineetta verticale, o sia perpendicolare alla base o Asse delle y. Sappia in oltre il Dilettante come i *metodi falsi* non mai conducano al *vero* senza che vi sian degli errori, i quali si compensino tra di loro. Così si risolvono tutte le specie di *Paradossi*. (Pag. 24. del *Saggio* dal v. 19. sino in fondo).

(43) *Prodromo* a pag. 159. v. penultimo, e 161. v. 4. e 5. Si veda la Nota 42.

(44) *Saggio* a pag. 37.

VIII. *Queste due equazioni* $d\frac{dy}{\sqrt{x}.\sqrt{dx^2+dy^2}}=0$, $d\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{\sqrt{x}}=$ *o conducono ad una medesima equazione, ed è falso, perchè la prima appartiene alla Cicloide, e la seconda (posto d y costante) alla Parabola Apolloniana.* (45)

Eccoci al grande schiamazzo del Pubblico, sempre poco informato, e però molto facile a prendere inganno. Chi l'ha ingannato? Il *Dilettante*, che gli ha taciuto il Periodo trascritto di sopra nel Num. VI.

IX. *Quest' altre due* $d\frac{dy}{x\sqrt{dx^2+dy^2}}=0$, $d\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{x}=$ *o conducono ad una medesima equazione, ed è falso, perchè la prima appartiene al Circolo, e l'altra (posto d y costante) esprime una Curva trascendente* (46).

In sostanza l'istesso errore di sopra. Ma perdoniamolo alla solita voglia effrenata di crear tredici errori, che campeggia ovunque nel *Saggio* (47). Ci volevano perciò molte repliche.

---

(45) *Saggio* a pag. 35. e 37. Nota in piè di pag. 45.

(46) Pag. 41. del *Saggio*.

(47) *Vox, vox, praetereaque nihil*.

X. *Il Sig. F. non avverte che l' Equazione* $d\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{\sqrt{x}}=0$ *esprime una od un' altra Curva secondo il differenziale, che si assume costante.*

Altro peccato d' omissione. Espiamolo adunque, prima colla ragione, e poi coll' esempio.

Era egli necessario avvertirlo per l' intento di trovare la Brachistocrona? No certamente. Gli altri Matematici l' hanno fatto sciogliendo l' istesso Problema? No certamente. Tra i molti il *Dilettante* riscontri Fontaine e Madaurin, che sono i più scrupolosi dei Santi-Padri in Analisi. (48) Usava in antico di non moltiplicare gli Enti senza necessità; forse sarà cambiata la moda.

XI. *Il Sig. F. manca d'avvertire l' istesso ancora nell' altra equazione* $d\frac{\sqrt{dx^2+dy^2}}{x}=0$.

Abbia pazienza: come sopra. Amor Pittagorico del bellissimo numero 13, cui bisognava arrivare o a torto o a diritto. E' un vero peccato che ora spariscano le Parabole. (49)

c 2

(48) *Mémoires donnés a l'Académie Royale des Sciences, non imprimés dans leur temps. Par M. Fontaine* 1764. a pag. 3., dove tra le *variazioni* possibili di x, y, ec. sceglie senza dir altro quella più comoda. *Traité des Fluxions* al Num. 572. e segg., e poi al Num. 889.

(49) Apolloniana, Cubica ec. Curva trascendente ec. ec., tutto il grand' edifizio è distrutto.

XII. *Pretende che il Problema della Brachistocrona si scioglierebbe sempre col medesimo metodo semplicissimo in qualunque ipotesi di gravità dove la velocità della caduta venisse universalmente rappresentata da* ϕx, *funzione qualunque di* x; *deducendo ciò dalla supposizione che* $d\frac{z}{v} = 0$, $d\frac{1}{zv} = 0$ *in generale diano l'istessa equazione finale, e non s'accorge che* $vdz = zdv$ *generalmente significa una cosa, e* $vdz = -zdv$ *un' altra* (50).

Error più lungo di tutti. Converrà dire che sia di gran peso. Studiamolo un poco.

Il *Dilettante* ha copiato l'antepenultimo, e l'ultimo periodo del *Prodromo* (51). Ha lasciato il penultimo che resta di mezzo a quei due, cioè il riportato al Num. VI. Posto questo periodo intermedio l'errore sparisce, il vero senso dell' Autore apparisce, e si scioglie l'incanto. E il *Dilettante* non mutila i Testi? (52)

(50) Veramente il *Prodromo* dice *danno l'istessa equazione finale* $vdz = + zdv$, e non la dà separata, come il *Saggio*, in due equazioni $vdz = zdv$, $vdz = -zdv$. Nel primo caso si seguita lo stile usato dagli Elementi dell'Algebra quando in una forma *generale* d'Equazione attendesi al valore de' termini, e non ai segni. Nell' altro poi si fa uno sproposito per infedeltà della citazione.

(51) *Saggio* a pag. 41. 46., ma molto staccati, e con metodo inverso, perchè la laguna non comparisce.

(52) *Saggio* a pag. 45. nella Nota.

XIII. *Finalmente trova erroneo il trattare dell'inclinazione d'un raggio lucido ad un punto, e non avverte che se la questione è d'illuminare quel punto, conviene o supporlo esteso (cioè punto fisico) o veramente credere che in un punto matematico, cioè inesteso, possono cadere dei raggi di luce, lo che è impossibile manifestamente* (53).

Quest'errore per esser l'ultimo è il più grazioso di tutti gli altri, che lo precedono. Chi lo crederebbe giammai? Un error manifesto *ex confessis* del *Dilettante*, per una metamorfosi più che Ovidiana si studia cambiarlo in torto dello Scrittore del *Prodromo*. Ed ecco come.

La Lettera, da cui si parte la Nota (54), fu in data del 23. di Febbrajo 1779. Produrremo con fedeltà quell'unico squarcio della medesima, che può illuminar la questione, giovando nascondere il rimanente dietro d'impenetrabil Sipario (55).

Io sono con questo Foglio per ringraziarla primieramente della bontà, che VS. Illustriss. ha avuto d'illuminarmi......, e desiderando io di comparire meno irragionevole appresso ad un Matematico come Ella è, che io mi pregio d'annoverare tra i primi del Secolo, mi prendo la libertà d'incomodarla di nuovo con le seguenti osservazioni (56).

---

(53) Processo da pag 42. a 46. del *Saggio*.

(54) *Prodromo* (*b*) a pag. 132.

(55) A proporzione del bisogno si pubblicheranno altri Scritti preziosi ed autografi.

(56) *Di nuovo*. Si faccia la concordanza di ciò, che stà scritto dal v. 13. al 29. della pag. 43. del *Saggio*. Vedasi in oltre la Nota 58. E tutto sia a gloria del *Dilettante*.

Conosco esser dotati di tutto il fondamento quei dubbj, che Ella ha proposto intorno il principio della pressione, in cui avevo fondato la Memoria sulla resistenza de' Fluidi..... Ella trovò assurda l Equazione, che io le trasmisi, per la Curva egualmente illuminata in tutti i punti del di lei perimetro.....

Si domanda; la Curva egualmente illuminata aveva punti *fisici* o *matematici?* Sarebbe impresa da bell'ingegno (57) trovarvi i primi. Ecco in quali scogli s'inciampa mancando di Copialettere (58).

CONCLUSIONE.

Gli errori adunque, de' quali il Pubblico rumoreggia, son larve; e non deve far meraviglia, perchè questo intravviene assai spesso.

Qualora anche fossero errori, s'applaudirebbe seco medesimo l'Autore del *Prodromo* d'errare insieme con dei Matematici insigni (59), siccome in ogni tempo è accaduto.

---

(57) *Saggio* alla Nota della pag. 45.

(58) S'è perfino scordato il *Dilettante* d'un' altra sua Lettera scritta all'Autore del *Prodromo* li 39. Gennajo 1783. del presente tenore. *Mi rallegro seco delle sublimi elegantissime speculazioni...., che ho incontrate nel Discorso preliminare, a cui per ora soltanto ho potuto prestarmi ec.* Qui s'intende dell'*Operone*, di cui parla il *Saggio* a pag. 21. Confrontando collo squarcio di quella Lettera questo luogo del *Saggio*, e l'opera assegnata nella lunga diceria, ch'è a pag. 43., non potrà a meno il lettore di non ammirare molte patenti contradizioni, non tanto di raziocinio, quanto d'ordine cronologico.

(59) L'aveva avvertito di già nell' Introduzione del *Prodromo* a pag. 132. 133. *Optimus ille est, qui minimis urgetur.*

Ad ogni Voto contrario, che il *Dilettante* si divertisse di pubblicare, n'ha molti già in pronto lo Scrittore del *Prodromo* da contraporre, e sta per ora a vantaggio di due, secondo i Documenti premessi.

Chiunque gli esponga da quì in avanti le proprie difficultà, o gli partecipi i proprj dubbj, salve le regole del *Galateo*, troverà sempre accoglienza e risposta.

Qualunque altro declini da queste massime, torna a dire l'Autore del *Prodromo* che non vuol perdersi in bagattelle, ed ama di viver la vita.

A questo effetto o il *Dilettante*, o chi altri simile a lui raccogliesse in futuro degli errori o veri o supposti nell'Opere dello Scrittore del *Prodromo*, egli ha bene addestrato ed esercitato un suo ingegnoso e molto eloquente Scolare Casentinese col fornimento di lunghe liste d'abbagli occorsi in Opere modernissime di qualcheduno, onde trionfar nella pugna.

Così il Mondo averà un Baccanale di Letterati, godrà del palleggio d'errori virilmente opposti ad errori, e si compiacerà della debolezza di veder la Repubblica delle Scienze cambiata in arena di Gladiatori con molto disdoro e vergogna delle rive amene dell'Arno.

In somma, cosa ha preteso di fare il *Dilettante* colla sua Stampa?

Forse con delle invettive e citazioni mutilate sorprendere il Pubblico indotto? L'Autore del *Prodromo* gli cede ben volentieri questa fortunata conquista.

Forse avvertire la Repubblica delle Lettere di qualche sbaglio del *Prodromo*? Ha incominciato da farsi torto usando lo stile non di chi abbia, com'egli vanta, affetto alle Matematiche, ma di satirico ed immodesto Novellatore (60).

(60) *Saggio* al v. 6. della pag. 4.

Povero *Dilettante*: non ha nemmeno saputo concepir bene il Cartello della disfida (61)! Chiamando principalmente ad Esame l'accessorio del *Prodromo* ha errato senza pari nel fondamento, su cui s' appoggia *il solito metodo dei Massimi e Minimi*, col supporlo consistere (62) nella deduzione di $X = a$ dall' Equazione differenziale $dx = 0$. Ciò non è vero quando si tratti come nel *Prodromo* d' un Problema del *Minimo* o *Massimo* in una Curva; ed egli può chiederne quello schiarimento, che più desideri, da tutti i Giovanetti iniziati nel Calcolo infinitesimale (63). Ride d' un errore di Stampa occorso nel *Prodromo*, senz' avvedersi che nella sola pag. 22. il suo *Saggio* contenga due sbagli tipografici importantissimi, cioè al v. 14. $d\frac{y+dy}{ds}$ in cambio di $d\frac{y+dy}{dt}$, ed al v. 18. $pdt = \frac{ddy}{dt}$ in vece di $pdt = -\frac{ddy}{dt}$ (64). Dimostra il suo bello spirito e sorprendente sagacità concordando e riunendo nell' istesso soggetto la sconcordanza di Catilina, che pur fece tremare la cadente Romana Repubblica, e della Mosca, cui basti un soffio solo per vincerla (65). Quando vuol farla da bravo Computista d' anni sbaglia sempre i suoi conti, ignorando

---

(61) Questo Programma è stato di già analizzato nella Nota 2. L' orgoglio anticipa sempre la riflessione.

(62) Pag. 36. del *Saggio*. Questa si combini col v. 10. e 11. dell' altra pag. 30., o sivvero col v 24. e 25. della pag. 159. del *Prodromo*. Difatto $\sqrt{\frac{dx^2 + dy^2}{\sqrt{x}}} = \frac{dy}{\sqrt{a}}$ dà una *Costante*, e non un *Minimo*.

(63) *Saggio* al v. 23. della pag. 24. e 6. della pag. 36.

(64) Ed altri *al suo comando* (Pag. 25. e Nota a pag. 25. del *Saggio*.)

(65) Frontespizio brillante del *Saggio*, e v. 23. 24. della pag. 3.

perfino che l'Anno Ecclesiastico 1744. in Febbrajo sia veramente l'Anno Gregoriano 1745. di già principiato (66).

A questi segni potrebbe mai riconoscersi il *Dilettante* (67)? Sì; ma la nobile generosità dello Scrittore del *Prodromo* vuole astenersi da pubblicarlo, lasciandogli tutto il luogo di ritirata e di pentimento, purchè profitti una volta di tanti avvisi cristiani. Bisogna pur dire che quella *Moscà* abbia dei sentimenti da *Cavaliere*!

FINE.

(66) La prova di ciò è esposta in Firenze agli occhi del Pubblico sotto la gran Loggia d'Andrea Orgagna, altrimenti detta *de' Lanzi*. (Vedi il *Saggio* a 12. 31. 32. 40.)

(67) E' l'istesso Autore del *Supplemento* pubblicato in Firenze l'anno 1790. dalla Stamperia Bonducciana.